

## انتقال الحرارة بالحمل الحر خلال سطح يفصل بين مائتين غير قابلين للامتزاج في فجوة أفقية.

د. مكي حاج زيدان

مدرس

قسم الهندسة الميكانيكية-جامعة تكريت

### الخلاصة

أجريت في هذا البحث دراسة نظرية لانتقال الحرارة بالحمل الحر الطباقي المستقر خلال فجوة حلقية أفقية متمركزة مسخنة من الداخل تحوي مائتين مختلفين ( $Pr_2=7.0$ ,  $Pr_1=0.7$ ) لنسبة قطرتين (5) ولقيم من عدد كراشوف محصورة بين ( $10^2-10^5$ ). استخدمت صيغة الدوامية دالة الجريان في الحل العددي وذلك بتحويل المعادلات التفاضلية الحاكمة إلى هذه الصيغة، ثم حولت بدورها إلى معادلات جبرية حلّت عددياً باستخدام طريقة فوق الإرخاء الواضحة للفروقات المحددة. ولتوسيع حركة المائين وتوزيع درجات الحرارة خلال كل منها استخدمت مخططات كنторية لكل من خطوط الجريان وخطوط تساوي درجة الحرارة خلال الفجوة، كما تضمنت النتائج إيجاد توزيع عدد نسلت الموضع على سطح الاسطوانة الداخلية للفجوة إضافة إلى إيجاد معادلة ارتباطية لتخمين كمية الحرارة المنتقلة لكلا المائين.

من خلال البحث الحالي تبين حدوث جريانان منفصلان أعلى وأسفل السطح الفاصل، كما تبين أن أعلى قيمة لعدد نسلت الموضع توجد عند السطح الفاصل.

### الكلمات الدالة

انتقال الحرارة، الحمل الحر الطباقي، فجوة أفقية، سطح فاصل.

## الرموز

الرمز	تعريفه	وحدة
a	الإحداثي القطري	m
A1-A5	أجزاء المعادلات الابعدية الحاكمة	—
h	معامل انتقال الحرارة بالحمل	W/m <sup>2</sup> K
k	معامل التوصيل الحراري	W/m °K
k <sub>e</sub>	الموصلية الحرارية المؤثرة	W/m °K
r	الإحداثي القطري الابعدى	—
R <sub>o</sub>	نسبة القطر الخارجي إلى القطر الداخلي للفجوة ( $\frac{D_o}{D_i}$ )	—
T	درجة الحرارة	°C
t	الزمن	s
u	مركبة السرعة بالاتجاه القطري (a)	m/s
v	مركبة السرعة بالاتجاه الزاوي (φ)	m/s
الرمز اللاتيني	تعريفه	وحدة
φ	الإحداثي الزاوي	degree
Ψ	دالة الجريان الابعدية	—
Ψ	دالة الجريان	m <sup>2</sup> /s
▽ <sup>2</sup>	$\frac{\partial^2}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2}$	—
α	الإنتشارية الحرارية	m <sup>2</sup> /s
β	معامل التمدد الحجمي	1/K
γ	خطوة الزمن	—
θ	درجة الحرارة الابعدية	—
الرمز اللاتيني	تعريفه	وحدة
π	النسبة الثابتة (3.1416)	—
ρ	الكثافة الكتليلية	kg/m <sup>3</sup>
ρ <sub>f</sub>	الكثافة الهيدروستاتيكية	kg/m <sup>3</sup>

الرمز اللاتيني	تعريفه	وحدة
v	الزوجة الكينماتية	$m^2/s$
$\Phi$	دالة تبديد الزوجة	$1/s^2$
$\Omega$	الدوامية اللابعدية	—
$\omega$	الدوامية	$1/s$
الأعداد	المعنى	تعريفه
Gr	عدد كراشوف	$\frac{g\beta(T - T_o) a_i^3}{v^2}$
Nu	عدد نسلت الموقعي للأنبوب	$\frac{hD_o}{2k}$
Nu <sub>m</sub>	عدد نسلت الموقعي للفجوة	$\frac{hD_i}{k} \frac{\ln\left(\frac{D_o}{D_i}\right)}{2}$
Nu <sub>m</sub>	عدد نسلت المعدل	$Nu_m = \int Nud\phi$
Pr	عدد برانتل	$\frac{v}{\alpha}$

### المقدمة

ارتبط انتقال الحرارة بالحمل الحر خلال فجوة حلقة أفقية تحوي مائعين غير مختلطين مع بعضهما ويفصل بينهما سطح فاصل بالعديد من التطبيقات الصناعية والخدمية منها تبريد المحولات الكهربائية ومحطات تحلية المياه بالطاقة الشمسية مما أكسب هذا المجال من الدراسات أهمية كبيرة.

البحوث المتعلقة بدراسة انتقال الحرارة بالحمل الحر خلال الحلقات المتحدة المركز حظيت بجهد مركز لاستخراج علاقة تربط تغير عدد نسلت بتغير عدد كراشوف وبرانتل ونسبة الأقطار وأول الدراسات التي تناولت انتقال الحرارة بالحمل الحر خلال فجوة حلقة أفقية كانت دراسة عملية أجريت من قبل (Beckmann) سنة (1931) كما ورد في المصدر [١] لاستقصاء تأثير استخدام ثلاثة غازات مختلفة مثل الهواء والناتيروجين وثاني أوكسيد الكاربون تملئ الفجوة بالتتابع لمدى من اعدد كراشوف بين ( $1.5 \times 10^7 \leq Gr \leq 3.4 \times 10^3$ ) ولنسبة

أقطار بين ( $R \leq 8.1$ ) و( $1.1875 \leq R$ ) ونتج عن هذه الدراسة تعريف الموصليّة المؤثرة الابعدية ( $k_e/k$ ) واستبّط الباحث علاقَة تربطها بتغيير عدد كراشوف والتي استخدمت وقورنت بالعديد من نتائج الدراسات اللاحقة.

كما أجرى الباحثان (Kuhn and Goldstein) دراسة عدديّة على نموذج الجريان بالحمل الحر لبيان معدل انتقال الحرارة خلال الفجوة الحلقية بين اسطوانتين أفقيتين متحدين في المركز تحت شرط ثبوت درجة حرارة سطحي الاسطوانتين عند تسخين الاسطوانة الداخلية. شملت الدراسة تأثير كل من عدد برانتل ونسبة الأقطار واستخدمت في هذه الدراسة الطريقة المتداوبة الواضحة (ADI) لحل المعادلات الحاكمة للجريان الطبقي ثنائي البعد وللحالة المستقرة، نتج عن هذه الدراسة التوصل إلى معادلة تربط للمدى بين ( $0.001 \leq Pr \leq 10^3$ ,  $1 \leq R \leq \infty$ ) تغير عدد نسلت بتغيير عددي كراشوف وبرانتل ونسبة الأقطار.

أنجزت الباحثة الشمري [٣] دراسة نظرية وعملية لانتقال الحرارة بالحمل الحر خلال فجوة بين اسطوانتين متحدين في المركز مائلة وتضمن البحث دراسة وافية للبحوث السابقة وأظهرت النتائج أن عدد نسلت يزداد بزيادة زاوية الميلان ونسبة الأقطار بثبوت عدد رالي. أجرى الباحث الجمي [٤] دراسة نظرية وعملية لانتقال الحرارة بالحمل الحر المستقر خلال فجوة بين اسطوانتين أفقيتين غير متحدين في المركز شملت الدراسة استعراض واسع للبحوث المتعلقة بانتقال الحرارة بالحمل الحر خلال الفجوة الحلقية وبينت النتائج إن قابلية الاسطوانة الداخلية المسخنة على تبديد الحرارة هي دالة لعدد رالي ولنسبة الامرکزية والموقع الزاوي للاسطوانة.

في البحث الحالي تم تحري تأثير تغيير عدد كراشوف على انتقال الحرارة والجريان الناشئ عن الحمل الحر لمائتين غير مختلطين خلال فجوة حلقية متمركزة مسخنة من الداخل بثبوت درجة حرارة سطحي الفجوة، وقد استخدمت نسبة قطرتين (٥) وكان عدد برانتل للمائين الأول الذي يمثل الهواء ( $Pr_1=7.0$ ) والثاني ماء ( $Pr_2=0.7$ ) وبافتراض أن المائع الأول (هواء مشبع) أي ببرطوبة نسبية (١٠٠%)، وإن الماء يغمر تماماً نصف الفجوة السفلي ويغمر الهواء المشبع النصف الآخر

## الجزء النظري

يمكن تبسيط حل المعادلات الحاكمة لجريان وانتقال الحرارة داخل الفجوة باستخدام فرضيات لا تخل بالحل العام ولا تؤثر على دقتها وهي:

١- الحمل الحر في الفجوة طباقي ومستقر.

٢- يشغل كلا المائعين نصف الفجوة بالتساوي وجريانهما غير انزلاقي.

٣- اعتماد افتراض بوسنسك (Boussinesq)، وبذلك يمكن أن تكتب كثافة الماء كدالة لدرجة الحرارة وكالآتي<sup>[5]</sup>

$$\rho_f = \rho_o [1 - \beta(T - T_o)] \quad \dots \quad (1)$$

إذ تمثل  $(T_o)$  درجة الحرارة القياسية.

٤- الجريان شائي البعد  $(a, \varphi)$ ، ومتناهٍ حول مستوى عمودي يمر من مركز النظام، وبذلك يمكن دراسة جانب واحد.

٥- الماء الأول هواء مشبع لذلك لا يوجد انتقال لكتلة عبر السطح الفاصل بين المائعين.

وبذلك فإن معادلات الاستمرارية والزخم والطاقة التي تحكم انتقال الحرارة بالحمل الحر يمكن التعبير عنها بالإحداثيات الاسطوانية كما يأتي<sup>[6]</sup>:

$$\frac{1}{a} \frac{\partial}{\partial a} (au) + \frac{1}{a} \frac{\partial v}{\partial \varphi} = 0 \quad \dots \quad (2)$$

$$\rho_o \left[ u \frac{\partial u}{\partial a} + \frac{v}{a} \frac{\partial u}{\partial \varphi} - \frac{v^2}{a} \right] = - \frac{\partial p}{\partial a} + \mu \left[ \frac{\partial}{\partial a} \left( \frac{1}{a} \frac{\partial}{\partial a} (au) \right) + \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2} - \frac{2}{a^2} \frac{\partial v}{\partial \varphi} \right] - g \rho_o [1 - \beta(T - T_o)] \cos \varphi \quad \dots \quad (3.a)$$

$$\rho_o \left[ u \frac{\partial v}{\partial a} + \frac{v}{a} \frac{\partial v}{\partial \varphi} + \frac{uv}{a} \right] = - \frac{1}{a} \frac{\partial p}{\partial \varphi} + \mu \left[ \frac{\partial}{\partial a} \left( \frac{1}{a} \frac{\partial}{\partial a} (av) \right) + \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 v}{\partial \varphi^2} + \frac{2}{a^2} \frac{\partial u}{\partial \varphi} \right] + g \rho_o [1 - \beta(T - T_o)] \sin \varphi \quad \dots \quad (3.b)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial a} + \frac{v}{a} \frac{\partial T}{\partial \varphi} = \alpha \left[ \frac{1}{a} \frac{\partial}{\partial a} \left( \frac{\partial T}{\partial a} \right) + \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} \right] \quad \dots \quad (4)$$

يتم إجراء تقاضل متقطع بين مركبتي السرعة في معادلتي الزخم ومن خلال تعريف

مركبتي السرعة  $(u)$  و  $(v)$  بدلالة دالة الجريان  $(\psi)$  مستخدمين المعادلتين:

$$u = \frac{1}{a} \frac{\partial \psi}{\partial \varphi}, \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial a} \quad \dots \quad (5)$$

بإضافة إلى استخدام تعريف الدوامية بدلالة دالة الجريان وكما يأتي:

$$\omega = \frac{1}{a} \frac{\partial}{\partial a} (av) - \frac{1}{a} \frac{\partial u}{\partial \varphi} \quad \dots \quad (6)$$

وبعد التبسيط يمكن إعادة كتابة المعادلات الحاكمة بالصيغ الآتية:

$$\begin{aligned} \frac{1}{a} \left[ \frac{\partial \psi}{\partial \varphi} \frac{\partial \omega}{\partial a} - \frac{\partial \psi}{\partial a} \frac{\partial \omega}{\partial \varphi} \right] &= v \left[ \frac{\partial^2 \omega}{\partial a^2} + \frac{1}{a} \frac{\partial \omega}{\partial a} + \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 \omega}{\partial \varphi^2} \right] + \\ &\quad g\beta \left[ \frac{\cos \varphi}{a} \frac{\partial T}{\partial \varphi} + \sin \varphi \frac{\partial T}{\partial a} \right] \end{aligned} \quad \dots \quad (7)$$

$$\frac{1}{a} \frac{\partial \psi}{\partial \varphi} \frac{\partial T}{\partial a} - \frac{1}{a} \frac{\partial \psi}{\partial a} \frac{\partial T}{\partial \varphi} = \alpha \left[ \frac{\partial^2 T}{\partial a^2} + \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial a} + \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} \right] \quad \dots \quad (8)$$

$$\omega = - \left( \frac{\partial^2 \psi}{\partial a^2} + \frac{1}{a} \frac{\partial \psi}{\partial a} + \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2} \right) \quad \dots \quad (9)$$

يمكن أن تكتب المعادلات (9,8,7) بصيغة لابعدية بفرض أن المقادير الابعدية هي

$$\theta = \frac{T - T_o}{T_i - T_o}, \quad \Omega = \frac{a_i^2}{\alpha} \omega, \quad \Psi = \frac{\psi}{\alpha}, \quad R = \frac{a}{a_i}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{Pr} \frac{1}{r} \left[ \frac{\partial \Psi}{\partial \varphi} \frac{\partial \Omega}{\partial r} - \frac{\partial \Psi}{\partial r} \frac{\partial \Omega}{\partial \varphi} \right] &= \nabla^2 \Omega + \\ &\quad Gr \times Pr \left[ \frac{\cos \varphi}{r} \frac{\partial \theta}{\partial \varphi} + \sin \varphi \frac{\partial \theta}{\partial r} \right] \end{aligned} \quad \dots \quad (10)$$

$$\frac{1}{r} \left[ \frac{\partial \Psi}{\partial \varphi} \frac{\partial \theta}{\partial r} - \frac{\partial \Psi}{\partial r} \frac{\partial \theta}{\partial \varphi} \right] = \nabla^2 \theta \quad \dots \quad (11)$$

$$\Omega = -\nabla^2 \Psi \quad \dots \quad (12)$$

### الظروف المتاخمة

الظروف المتاخمة للفجوة في حالة الاستقرار تكون كالتالي:

١. الدوامية

$$\Omega(1, \varphi) = -\frac{\partial^2 \Psi(1, \varphi)}{\partial r^2}, \quad \Omega(R_o, \varphi) = -\frac{\partial^2 \Psi(R_o, \varphi)}{\partial r^2}$$

$$\Omega(r, 0^\circ) = 0, \quad \Omega(r, 90^\circ) = 0$$

$$\Omega(r, 90^\circ) = 0 \quad , \quad \Omega(r, 180^\circ) = 0$$

2. دالة الجريان

$$\Psi(1, \varphi) = \frac{\partial \Psi(1, \varphi)}{\partial \varphi} = \frac{\partial \Psi(1, \varphi)}{\partial r} = 0$$

$$\Psi(R_o, \varphi) = \frac{\partial \Psi(R_o, \varphi)}{\partial \varphi} = \frac{\partial \Psi(R_o, \varphi)}{\partial r} = 0$$

$$\Psi(r, 0^\circ) = \frac{\partial \Psi(r, 0^\circ)}{\partial r} = 0 \quad , \quad \Psi(r, 90^\circ) = \frac{\partial \Psi(r, 90^\circ)}{\partial r} = 0$$

$$\Psi(r, 90^\circ) = \frac{\partial \Psi(r, 90^\circ)}{\partial r} = 0 \quad , \quad \Psi(r, 180^\circ) = \frac{\partial \Psi(r, 180^\circ)}{\partial r} = 0$$

3. درجة الحرارة

$$\theta(1, \varphi) = 1 \quad , \quad \theta(R_o, \varphi) = 0$$

$$\frac{\partial \theta(r, 0^\circ)}{\partial \varphi} = 0 \quad , \quad \frac{\partial \theta(r, 90^\circ)}{\partial \varphi} = 0$$

$$\frac{\partial \theta(r, 90^\circ)}{\partial \varphi} = 0 \quad , \quad \frac{\partial \theta(r, 180^\circ)}{\partial \varphi} = 0$$

**الحل العددي**

للغرض تسهيل الحل إلى حد كبير استخدمت فرضية تتمثل بإضافة محور وهمي يمثل حد تغير مع الزمن إلى الجانب الأيمن من تلك المعادلات<sup>[7]</sup> إذ تحولها إلى مسألة ارتحالية مع الزمن (Marching Problem) والتي عن طريقها يتم الحل خطوة بخطوة بالتحرك دائمًا باتجاه

حقل الجريان باتجاه الزمن وهذه الفرضية لا تخل بالحل العام للمعادلات. بفرض أن المقدار

اللابعدي للزمن  $\tau = \frac{v}{a_i^2} t$ ، يمكن إعادة كتابة المعادلتين (10) و (11)، بعد التبسيط بالصيغتين

اللابعديتين الآتيتين:

$$\frac{\partial \Omega}{\partial \tau} = \nabla^2 \Omega + \text{Gr} \times \text{Pr} \left[ \frac{\cos \varphi}{r} \frac{\partial \theta}{\partial \varphi} + \sin \varphi \frac{\partial \theta}{\partial r} \right] - \frac{1}{\text{Pr}} \frac{1}{r} \left[ \frac{\partial \Psi}{\partial \varphi} \frac{\partial \Omega}{\partial r} - \frac{\partial \Psi}{\partial r} \frac{\partial \Omega}{\partial \varphi} \right] \dots \quad (13)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{1}{\text{Pr}} \left[ \nabla^2 \theta - \frac{1}{r} \left[ \frac{\partial \Psi}{\partial r} \frac{\partial \theta}{\partial \varphi} - \frac{\partial \Psi}{\partial \varphi} \frac{\partial \theta}{\partial r} \right] \right] \dots \quad (14)$$

استعمل أسلوب تجزئة المعادلة الجبرية بصيغة الفروقات المحددة إلى عدد من الأجزاء بدلاً عن المتغير (A) المرقم بجهته اليمنى، وذلك لاختصار الحل باستخدام الفرق المركزي، ثم بعد إجراء عملية التحويل إلى الصيغة الجبرية يتم تجميع أجزاء المعادلة الواحدة.  
إذا رمنا للحدود في المعادلتين (13) و (14) بالرموز الآتية:

$$\mathbf{A1} = \nabla^2 \Omega \quad \dots \quad (15)$$

$$\mathbf{A2} = \frac{\cos \varphi}{r} \frac{\partial \theta}{\partial \varphi} + \sin \varphi \frac{\partial \theta}{\partial r} \quad \dots \quad (16)$$

$$\mathbf{A3} = \frac{1}{r} \left[ \frac{\partial \Psi}{\partial \varphi} \frac{\partial \Omega}{\partial r} - \frac{\partial \Psi}{\partial r} \frac{\partial \Omega}{\partial \varphi} \right] \quad \dots \quad (17)$$

$$\mathbf{A4} = \nabla^2 \theta \quad \dots \quad (18)$$

$$\mathbf{A5} = \frac{1}{r} \left[ \frac{\partial \Psi}{\partial \varphi} \frac{\partial \theta}{\partial r} - \frac{\partial \Psi}{\partial r} \frac{\partial \theta}{\partial \varphi} \right] \quad \dots \quad (19)$$

وبعد تحويل المعادلات التفاضلية إلى معادلات جبرية بصيغة الفروقات المحددة وبعد التبسيط نحصل على المعادلات بالصيغة النهائية الآتية:

$$\Omega_{i,j}^{\zeta+1} = \left| \mathbf{A1} + \mathbf{A2} \cdot Gr \times Pr - \frac{\mathbf{A3}}{Pr} \right|^{\zeta} \Delta \tau + \Omega_{i,j}^{\zeta} \quad \dots \quad (20)$$

$$\theta_{i,j}^{\zeta+1} = \left| \frac{1}{Pr} (\mathbf{A4} - \mathbf{A5}) \right|^{\zeta} \Delta \tau + \theta_{i,j}^{\zeta} \quad \dots \quad (21)$$

### النتائج والمناقشة

يشغل الفجوة مائتين متران، إذ أن عدد برانتل للأول الذي يمثل الهواء المشبع (0.7) وهو الأقل كثافة ويشغل النصف الأعلى من الفجوة، وعدد برانتل للثاني الذي يمثل الماء (7.0) وهو الأكثر كثافة فيشغل نصفها السفلي، ولكون المائع الأول هواء مشبع لا يحدث انتقال للكتلة عبر السطح الفاصل بينهما.

يسخن السطح الداخلي الساخن للفجوة الماء الملمس له فتقل كثافته ويصعد نحو الأعلى، بالنسبة للماء الشاغل لنصف الفجوة العلوي فإنه بتصعوده نحو الأعلى يصطدم بالسطح الخارجي البارد للفجوة، وبما إن الماء لا يستطيع اختراق الجدار الصلب، ولو جود تيار آخر قادم من الجزء المناظر له من الفجوة مساوياً له بالشدة فلا يحدث احتلال بينهما، فإن الماء ينزل متسارعاً للسطح الخارجي البارد باتجاه الأسفل. أما بالنسبة للماء الشاغل لنصف الفجوة

السفلي فإن الملams منه للسطح الساخن الداخلي يقصد موازياً له حتى يصل إلى السطح الفاصل بين المائعين، ولكن المائع الساخن غير قادر على اختراق كل من السطح الفاصل وجدار الفجوة الداخلي انصب فإنه يضطر إلى التحرك بموازاة السطح الفاصل ثم بموازاة السطح الخارجي البارد حيث يبرد المائع فتزداد كثافته وينزل أسفل الفجوة. بذلك يتكون جريانان دواميان منفصلان عن بعضهما البعض في الفجوة أحدهما في نصفها العلوي والأخر في نصفها السفلي من دون أن يحدث أي انتقال للكتلة.

بملاحظة خطوط دالة الجريان (الجانب الأيسر للشكليين (2 و3)) نجد أن عدد هذه الخطوط للمائع ذي عدد برانتل الأقل يزداد بزيادة عدد كراشوف، وهذا يعود إلى أنه عند عدد كراشوف الواطئة يميل المائع إلى السكون ف تكون سرعته صغيرة، بينما بزيادة عدد كراشوف تزداد سرعة المائع فيزداد معها الاحتكاك بين المائع وسطح الفجوة مما يسبب اختلاف في شدة الجريان للمائع العلوي. كما أن زيادة عدد كراشوف تؤدي إلى زيادة شدة الجريان لكلا المائعين كما يوضحه الشكلان أعلاه، ومنهما أيضاً يتبين لنا اندفاع مركز الجريان نحو الأعلى نظراً لامتلاء الجزء السفلي لكل نصف بالمائع البارد. في الشكليين (3-ب ، 3-ج) نلاحظ ابتعاد مركز جريان المائع السفلي عن السطح الداخلي للفجوة باتجاه سطحها الخارجي وذلك نظراً لكون سرعة المائع القريب من السطح الداخلي كبيرة فتحرف مركز الجريان بعيداً عنه.

إن انسيابية خطوط تساوي درجة الحرارة (الجانب الأيمن من شكل (2)) تشير إلى أنه لا يزال للتوصيل دور في نقل الحرارة عبر الفجوة، ومع ازدياد عدد كراشوف يظهر تأثير الحمل بوضوح في نقل الحرارة عبر الفجوة وذلك بتشهو خطوط تساوي درجة الحرارة، الشكل (3)، وبزيادة عدد كراشوف أكثر تظهر ريشة الطفو في الجزء العلوي لكل نصف، ويحدث انقلاب في درجة الحرارة في الجزء العلوي. إن التقارب الكبير بين خطوط تساوي درجة الحرارة يدل على وجود فيض حراري كبير والعكس صحيح، فنجد أن أكثر تقارب (أعلى فيض حراري) يحصل للمائع العلوي بالقرب من السطح الفاصل بين المائعين، حيث يلامس المائع البارد والذي حل محل المائع الساخن الصاعد السطح الداخلي والسطح الفاصل الساخنين مقارنة بالمائع فيحدث فيض حراري كبير، أما في أعلى الفجوة فنظراً لازدياد درجة حرارة المائع فإن الفيض الحراري يقل وهذا ما يؤيد الشكليين (4 و5)، أما بالنسبة للمائع السفلي فإن التقارب بين الخطوط يحدث في منطقتين الأولى بالقرب من السطح الفاصل والأخرى أسفل السطح الساخن والذي يزداد وضوحاً بزيادة عدد كراشوف، إلا أن الفيض الحراري في المنطقة الأولى يكون أكبر منه في المنطقة الثانية، الشكلان (4 و5)، وهذا يرجع إلى حدوث انتقال حرارة كبير بين

المائع العلوي البارد في المنطقة القريبة من السطح الفاصل وبين المائع السفلي المskin الصاعد باتجاه السطح الفاصل.

نلاحظ من خلال الشكلين (٤ و ٥) أيضاً الصعود المفاجئ لعدد نسلت الموقعي في النصف العلوي من الفجوة عند السطح الفاصل ثم انحداره في الجزء السفلي منها، حيث يحدث أعلى فيض حراري عبر السطح الفاصل، ولكن بزيادة عدد كراشوف يزداد عدد نسلت الموقعي أعلى وأسفل السطح الفاصل بسبب زيادة الفيض الحراري وبخاصة في أسفل السطح الساخن، الأشكال (٥-أ، ٥-ب، ٥-ج). بينما يلاحظ وجود انخفاض واضح في قيمة عدد نسلت الموقعي في المنطقة التي تقع بين الزاويتين المحيطيتين ( $80^{\circ}$  و  $100^{\circ}$ ) وهذا يرجع إلى انخفاض مفاجئ في الفيض الحراري، إذ بصعود المائع السفلي المskin الصاعد نحو الأعلى تزداد درجة حرارته فيقل الفيض الحراري ويقل معه عدد نسلت، ولكن ما أن يصل إلى السطح الفاصل حيث يلتقي بالمائع العلوي البارد حتى يزداد الفيض وبصورة أكبر هذه المرة. أما المائع العلوي فبعد أن يلتقي بالماينع السفلي عند السطح الفاصل حيث يحدث أعلى فيض حراري في الفجوة (أعلى قيمة لعدد نسلت الموقعي) يبدأ عدد نسلت الموقعي بعدها بالانخفاض لابتعاده عن السطح الفاصل ثم يعود مرة أخرى للزيادة ولكن بصورة أقل منها عند السطح الفاصل لزيادة الفيض الحاصل بين المائع العلوي والسطح الداخلي المskin، إلا أنه يعود للانخفاض نتيجة ارتفاع درجة حرارة المائع فيقل الفيض الحراري.

في هذا البحث أمكن إيجاد علاقة ترابطية تربط تغير قيم عدد نسلت المعدل بتغير قيم عدد كراشوف ومعدل عدد برانتل للماءين غير القابلين للامتزاج ولنسبة أقطار (٥)، وكانت بالصيغة الآتية:

$$Nu_m = 0.373 Gr^{0.142} \left( \frac{Pr_1 + Pr_2}{2} \right)^{1.845}$$

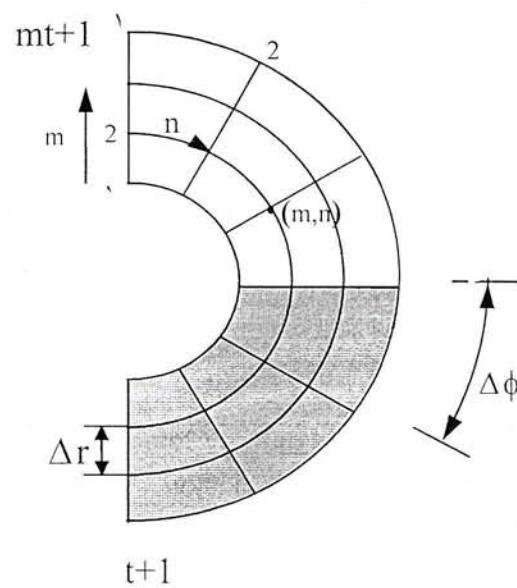
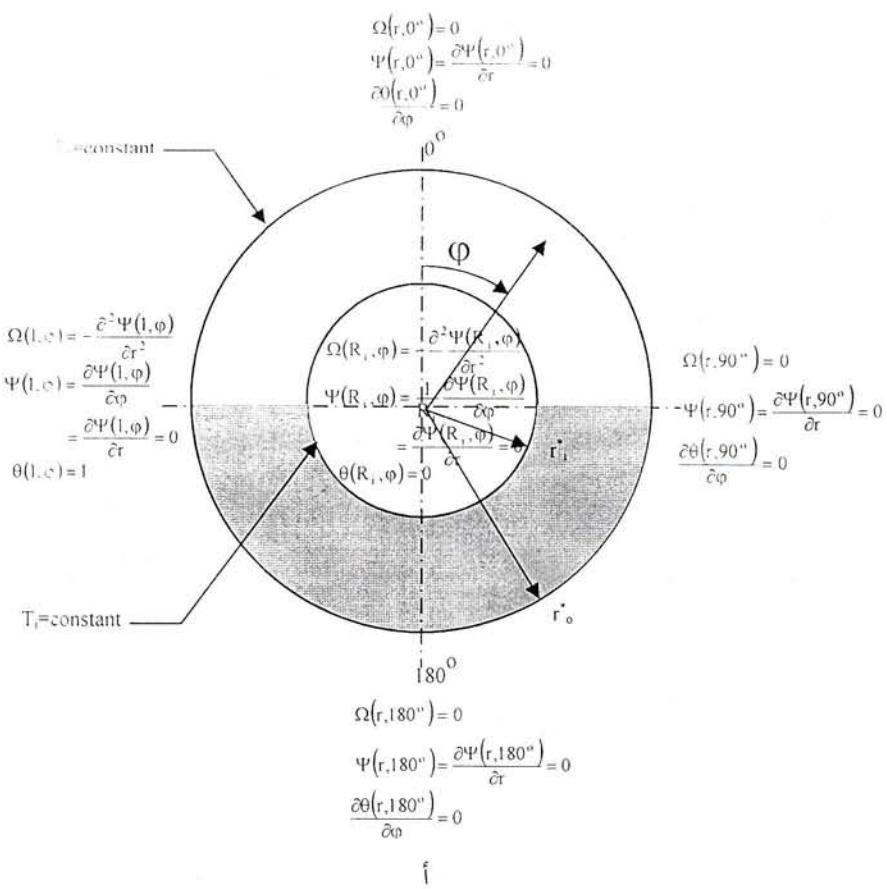
لمدى من أعداد كراشوف بين ( $1 \times 10^3 \leq Gr \leq 1 \times 10^5$ ) وبمقارنة نتائج هذه العلاقة مع تلك المذكورة في مصدر [١] وجد تقارب جيد بينهما وبفارق لا يتجاوز ٤%.

### الاستنتاجات

- ١- يتشكل جريان دواميان منفصلان في الجزأين العلوي والسفلي للفجوة ويقع مركزيهما أعلى كل جزء لامتداء أسفله بالمائع البارد.
- ٢- يكون مركز جريان المائع السفلي بعيداً عن السطح الداخلي بسبب السرعة الكبيرة للمائع قرب السطح الداخلي الساخن.
- ٣- تقع ريشة الطفو في أعلى كل نصف لحدث انقلاب في درجة الحرارة في النصف العلوي عند أعداد كراشوف الكبيرة.
- ٤- تكون أعلى قيمة لعدد نسلت الموقعي عند السطح الفاصل لحدث أعلى فيض حراري في الفجوة نظراً لانقاء المائع البارد العلوي مع المائع المسخن السفلي.

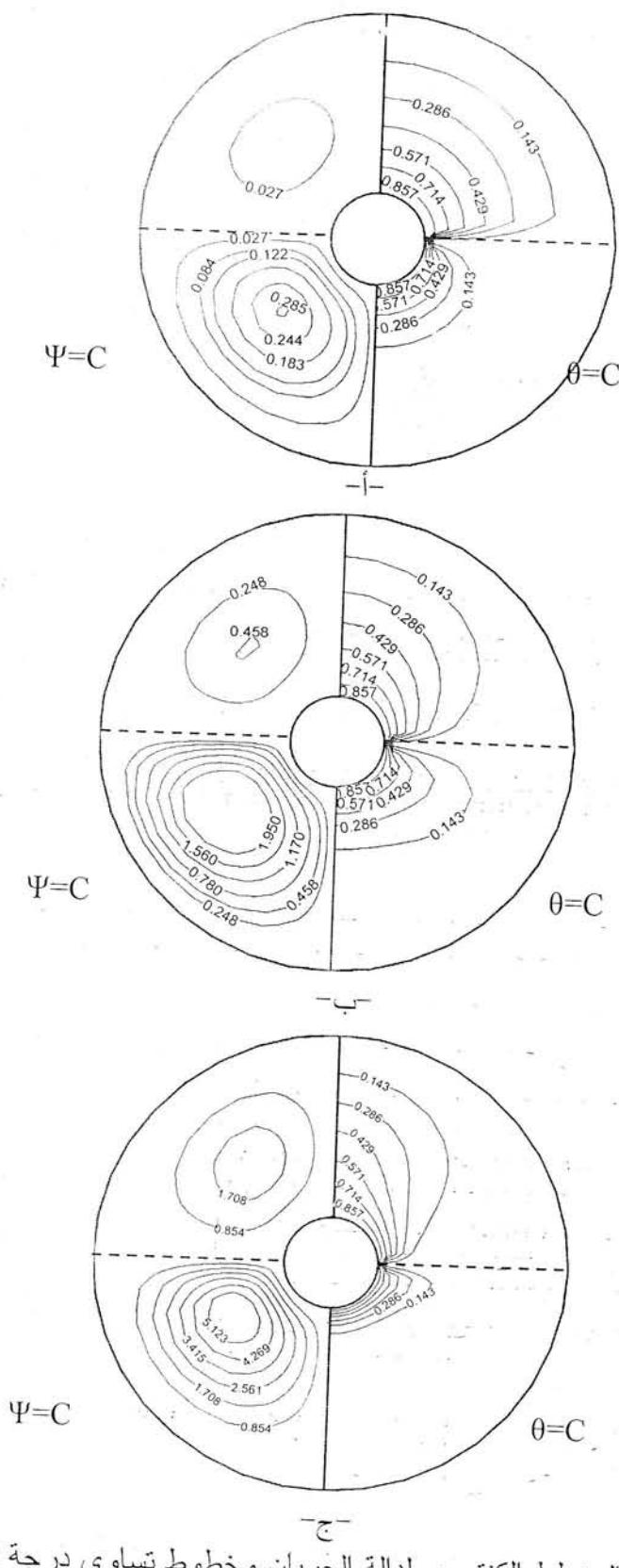
### المصادر

1. Teertstra, P. and Yovanovich, M. M., "Comprehensive Review Of Natural Convection In Horizontal Circular Annuli", [www.mhtl.uwaterloo.ca](http://www.mhtl.uwaterloo.ca), 1998.
2. Kuehn, T. H. and Goldstein, R. J.; "A Parametric Study of Prandtl Number and Diameter Ratio Effect on Natural Convection Heat Transfer in Horizontal Cylindrical Annuli", Trans. ASME, J. Fluid Mech., Vol. 71, part 2, pp. 231-24, November 1980.
- 3- الشمري، منار صالح، " دراسة نظرية وعملية لانتقال الحرارة بالحمل الحر خلال فجوة بين اسطوانتين متحدتي المركز مائلة" ، أطروحة ماجستير، جامعة تكريت 2005.
- 4- الجميلي، خلف إبراهيم حمادة، " دراسة نظرية وعملية لانتقال الحرارة بالحمل الحر خلال فجوة بين اسطوانتين أفقيتين غير متحدتي المركز" ، أطروحة ماجستير، جامعة تكريت 2005.
5. Bird, R. B., Stewart, W. E., and Lightfoot, E. N.; "Transport Phenomena", Johan Wiley & Sons, Inc., 1960.
6. Bejan, A, "Convection Heat Transfer", John Wiley & Sons, Inc., 1984.
7. Anderson, D. H., Tannehill, J. C. and Plecher, R. H., "Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer", Hemisphere. Washington, DC 1984.

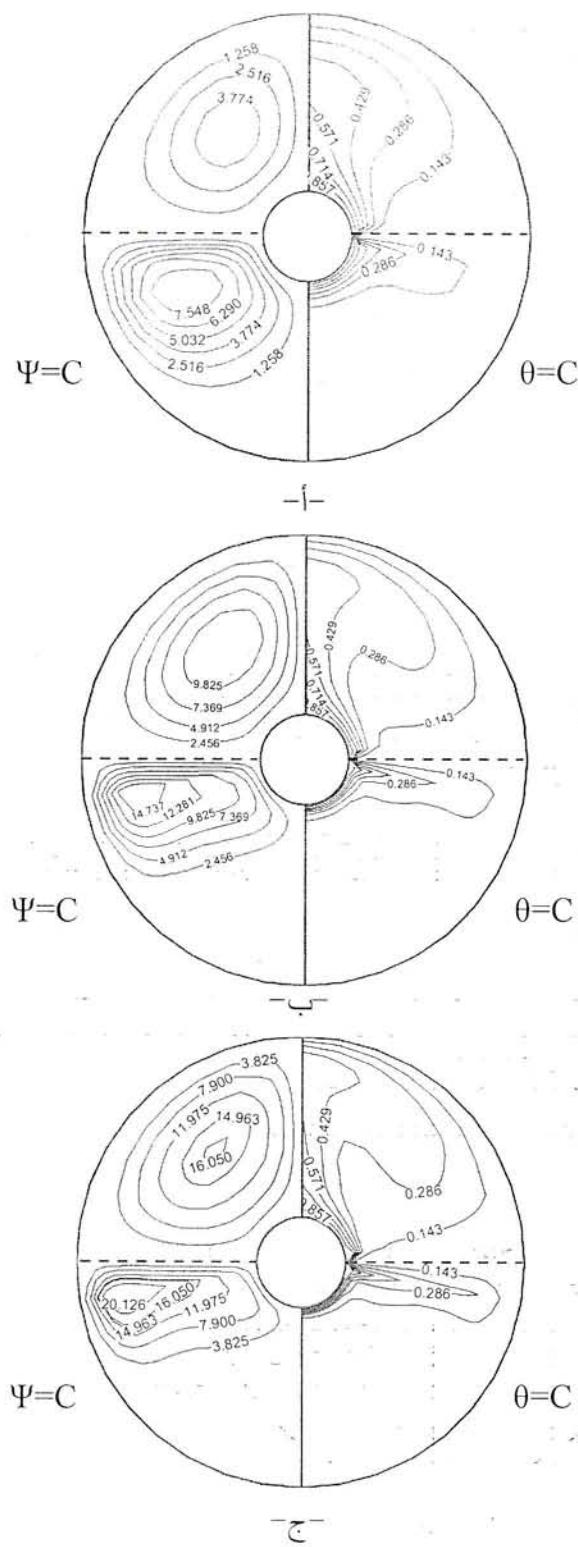


ب

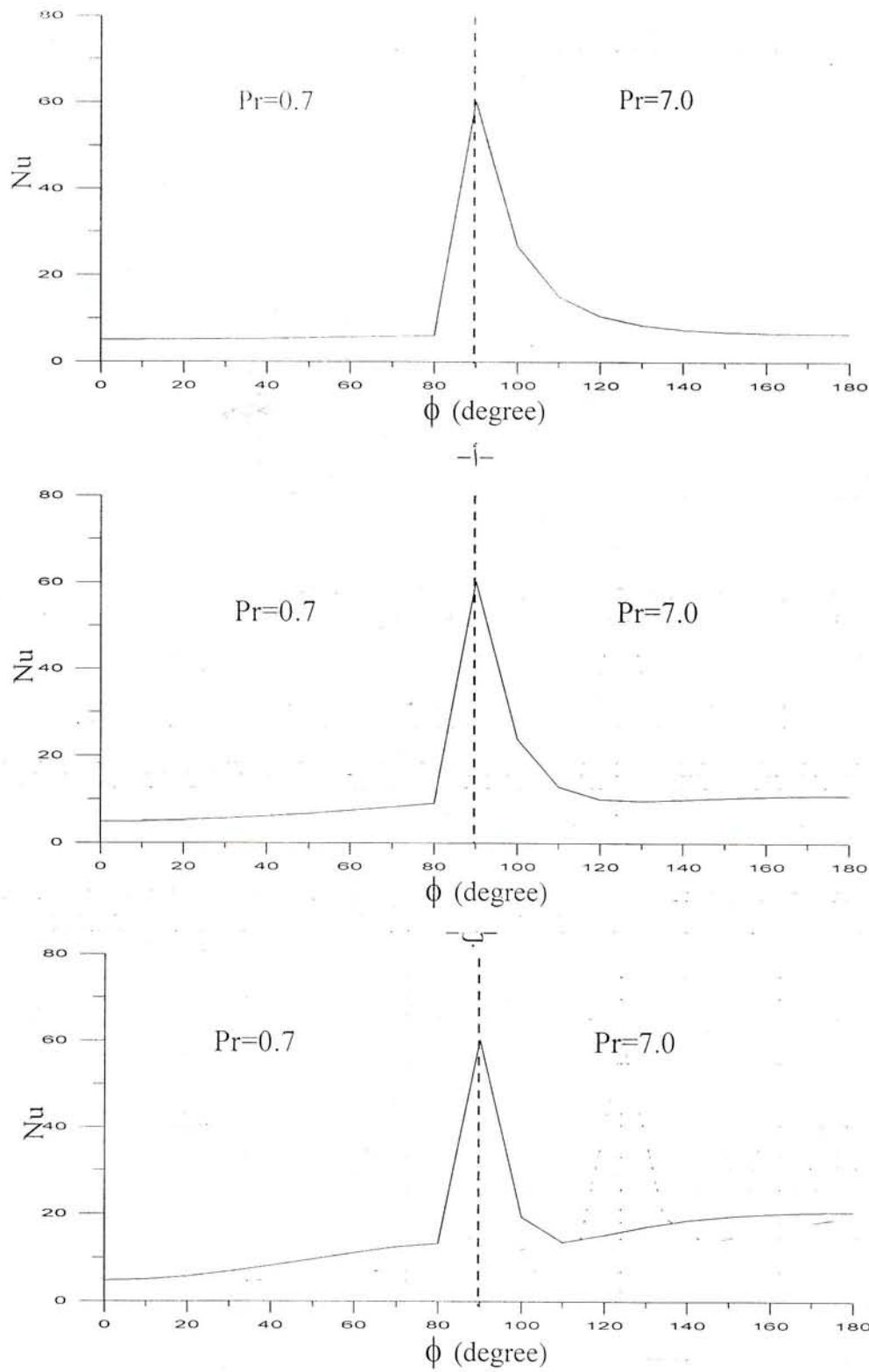
شكل (1) (أ) الظروف المتاخمة، (ب) التمثيل الشبكي لمنطقة الجريان.



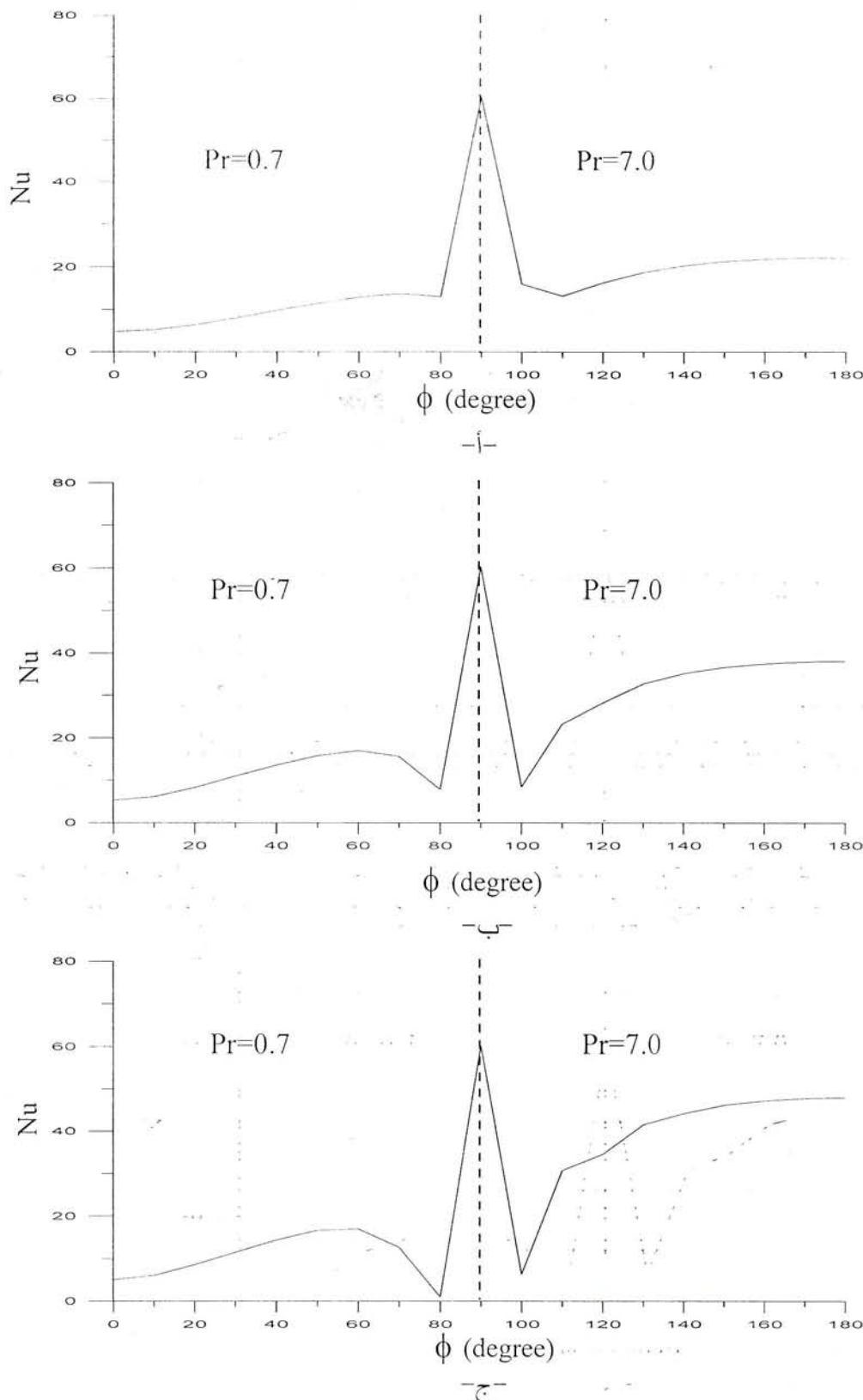
شكل (2) المخطط الكنتوري لدالة الجريان وخطوط تساوي درجة الحرارة عند  $(Gr=5*10^3)$  ،  $(Gr=1*10^3)$  ،  $(Gr=1*10^2)$  -أ ، ب ، ج



شكل (٤) المخطط الكنتوري لدالة الجريان وخطوط تساوي درجة الحرارة عند  $(Gr=1*10^5)$ ، ب- $(Gr=5*10^4)$ ، ج- $(Gr=1*10^4)$



شكل (٤) توزيع عدد نسلت الموقعي محليطياً لفجوة عند  
 $(Gr=5 \times 10^3)$ -ج،  $(Gr=1 \times 10^3)$ -ب،  $(Gr=1 \times 10^2)$ -أ



شكل (٥) توزيع عدد نسلت الموقعي محليّاً لفجوة عند  
 $(Gr=1*10^5)$ -ج $(Gr=5*10^4)$ -ب $(Gr=1*10^4)$ -أ

# NATURAL CONVECTION HEAT TRANSFER THROUGH AN INTERFACE SEPARATING TWO FLUIDS IN AN HORIZONTAL ANNULUS

**Maki H. Khalaf**

**Mechanical Eng. Dept.-Tikrit University**

## **ABSTRACT**

In this research a theoretical study for laminar steady natural convection heat transfer through concentric horizontal annulus heated from inside, it's contain two different fluids ( $Pr_1=0.7$ ,  $Pr_2=7.0$ ) for radius ratio (5) and for Gr numbers (102-105).

A vorticity stream function formula was used in the numerical solution by transforming the governing differential equations into this formula, then turned into algebraic equations solved numerically using (Explicit Successive Over Relaxation finite deference method). To declare the movement of the fluids and the distribution of the temperatures through each of them counters for both streamlines and isotherms through the annulus were used, also the results contain calculating the distribution of local Nu number along the internal cylinder inside the annulus, also a correlation was found to estimate the amount of heat transfer for both fluids.

Through this research it's found that two separating flows forming above and under the separating interface, also it's found that the highest local Nu number accrue at the separating interface.

## **KEY WORDS**

Heat transfer, laminar natural convection, horizontal annulus, separating interface.